Y a-t-il une *Kehre* de la logique ?

Jean-Michel Salanskis,
Professeur de Philosophie des Sciences, Logique et Épistémologie ;
Université Paris X Nanterre, Département de Philosophie
200, avenue de la République 92001 Nanterre cedex
e-mail : jmsalans@u-paris10.fr

February 15, 2004

Telle est, je crois, la question qui se pose éminemment, à l'heure où nous observons que la logique et l'informatique théorique se croisent et se mélangent au point de paraître devenir indistinguables, à la fois au plan intellectuel et au plan institutionnel. Si l'on ajoute la connexion qui s'est établie avec les recherches cognitives, à nouveau simultanément dans le registre doctrinal et au niveau de la sociologie de la recherche, on ne peut nier que la logique semble irrésistiblement entraînée vers des rives objectivistes, empiristes et scientifiques, loin de toute patrie subjectiviste, idéaliste ou philosophique à laquelle elle pourrait garder quelque attachement. En bref et en substance : la logique peut-elle et doit-elle, aujourd'hui, se reconnaître comme théorie générale des processus, essentiellement liée à la fois à l'informatique et à la neurophysiologie à ce titre ? Et doit-elle considérer comme périmée l'ancienne définition qui en faisait, simultanément et indissolublement, la théorie du vrai et la gardienne ultime de toute légitimité de la connaissance ? En particulier, faut-il regarder rétrospectivement le *linguistic turn*, qui a souligné l'immanence du logique au langage et du linguistique au logique, et fait du langage le lieu par excellence de la légitimation, comme déjà dépassé ?

Je voudrais essayer d'apporter des éléments de réponse à ces questions sur le ton et dans la manière d'un philosophe, bien entendu, mais aussi en mettant à profit une sensibilité et une expérience.

La sensibilité, c'est celle de quelqu'un qui trouve que la portée et la profondeur de la contribution de Brouwer à la réflexion fondationnelle restent injustement méconnues près d'un siècle après.

L'expérience, c'est celle de quelqu'un qui a fréquenté les développements contemporains de la logique à travers les efforts instituants des mathématiciens non standardistes, c'est-à-dire, en fin de compte, dans un climat comparable à celui qui, au début du siècle, a vu l'apparition de plusieurs des branches de la logique actuelle en liaison avec le débat sur la théorie des ensembles et le formalisme.

Je pense que le privilège d'avoir réfléchi sur la logique et son évolution dans une perspective de mathématicien, et d'avoir pris au sérieux la vision brouwerienne peut m'aider à me forger un jugement plus sain et plus modéré sur ce qui se passe aujourd'hui.

J'essaie maintenant d'entrer dans le vif du sujet.

1 Curry-Howard et la "nouvelle donne"

Si j'ai bien entendu ce que plusieurs avancent, l'élément théorique phare, aujourd'hui, est la correspondance de Curry-Howard. Celle-ci, en effet, est vue comme quelque chose qui met en miroir preuve logique, réduction d'un terme du lambda-calcul typé et mise en œuvre d'un programme. Si l'on ajoute la conjecture que, dans sa forme, le lambda-calcul donnerait une image adéquate des processus computationnels élémentaires du cerveau, la boucle est bouclée, et le dispositif transfère intégralement les déroulements déductifs de la logique du premier ordre vers l'objectif de la machine ou du vivant.

Mais, pour un lecteur de ma sensibilité, Curry-Howard n'est pas une chose si nouvelle. Je ne puis faire autrement qu'y reconnaître, pour l'essentiel, la BHK explication. Rappelons donc de quoi il s'agit et en quoi consiste le lien. La BHK- explication est une explication de ce qu'est la preuve d'une formule qui s'exprime en termes des deux notions irréductibles de *preuve* et de *construction*, mais qui, en même temps prétend être une élucidation essentielle de chacune des deux notions. Dire cela, notons-le d'emblée, c'est concéder une circularité qui, apparemment, ne peut qu'être scandaleuse (au regard d'une norme logique dont je remarque au passage qu'elle aurait, quant à elle, un statut absolument normatif inexpugnable, qu'elle ne ferait pas partie de ce qui se laisse relativiser à l'objectif ou au psychologique) : comment l'*explicans* d'une explication pourrait-il en être l'*explicatum* ?

Si nous étions dans un domaine où il est possible de mettre à plat ce dont on parle pour le maîtriser, soit en renvoyant à des atomes ontologiques indiscutables, soit en renvoyant à des concepts primitifs incontestables, l'objection serait juste. Mais tel n'est pas le cas. *Preuve* et *construction* sont, à l'évidence, deux termes qui nomment des notions régulatives à l'égard de l'activité logico-mathématique, notions que l'on éprouve l'impérieux besoin d'éclairer pour donner sens à une pratique, mais auxquelles notre premier accès est informel, qui désignent à l'origine pour nous moins un être ou une pensée assignable qu'un devoir-être ou quelque chose de pressenti dans sa forme ou son style. On pourrait les baptiser *anticipations rationnelles*.

La tradition herméneutique a décrit une façon pour l'intelligence de suivre sa trajectoire qui n'est pas nulle et invalide, et qui consiste, vis-à-vis de ce que l'on cherche à comprendre et qui est de cette eau, à en laisser parler une explicitation qui semble s'imposer en nous en la mettant à l'épreuve du degré de précision et d'effectivité qui lui est donné par le fait même de l'explicitation, sans nous interdire de juger ce qui résulte à l'aune de ce que nous anticipions pour une part confusément. En termes classiques : à laisser une compréhension se configurer en termes d'une pré-compréhension, à laisser opérer "en boucle" en effet la détermination de la pré-compréhension par la compréhension et la réquisition de la compréhension par la pré-compréhension (c'est ce qu'on appelle le cercle herméneutique). La BHK-explication me paraît, je l'ai écrit ailleurs, un acte intellectuel de cette sorte : elle part des anticipations rationnelles de base qui sont les nôtres au sujet de la preuve et la construction, et accroît notre compréhension de celles-ci en montrant de quelle manière systématique elles suivent les voies elles-mêmes systématiques de la composition des formules.

Ajoutons encore que la BHK-explication roule sur un autre présupposé “intuitionniste” si l’on veut, qui consiste dans la vision de toute déclaration logique P comme enveloppant une construction attestant P, la déclaration portant en quelque sorte témoignage de la construction. L’anticipation rationnelle qui nous intéresse ici conjoint donc, en fait, trois notions, celle de formule (la “déclaration que P”), celle de construction (la construction attestant P) et celle de preuve. On voit bien, dans la description qui est ici la mienne, que preuve et construction viennent plus ou moins à la même place ou pour le même rôle : la construction atteste P, la preuve est supposée légitimer P comme vraie. En fait, l’intuitionniste pense ici la preuve comme la contrepartie externe, monnayée en une liste de déclarations faisant corps dans une argumentation correcte, de ce qui véritablement fonde pour nous en “interne” la formule P. Que les notions de preuve et de construction doivent être co-définies est en fin de compte simplement la conséquence de cette redondance de principe, qui rend d’autant plus nécessaire que nous saisissions et comprenions la manière dont l’attestation externe de la preuve et l’attestation interne de la construction peuvent se traduire l’une l’autre, se fonder l’une sur l’autre.

L’explication, pour finir, dit en substance que :

1. Je prouve $A \wedge B$ si je prouve à la fois A et B ;
2. Je prouve A ou B ssi je sais prouver l’un des deux parmi A et B, et si je suis en mesure de dire lequel ;
3. Je prouve $\neg A$ ssi je sais engendrer une contradiction à partir de la donne de toute supposée construction attestant A ;
4. Je prouve $A \rightarrow B$ ssi je détiens une construction qui produit une preuve de B à partir de la donne d’une preuve de A ;
5. Je prouve $\forall x A(x)$ ssi je détiens une construction qui, à partir de la donne d’une valeur p accessible à x, produit une preuve de $A(p)$;
6. Je prouve $\forall x A(x)$ ssi je sais exhiber une valeur p accessible pour x et fournir une preuve de $A(p)$.

Qu’il soit permis de rappeler ici les clauses qui définissent la correspondance de Curry-Howard (la notation $t : A$ signifie en substance que le terme du lambda-calcul typé t atteste la formule A) :

1. si $s : A$ et $t : B$, alors $p(s^A, t^B) : A \wedge B$;
2. si $t : A_j$ alors $k_j(t^{A_j}) : A_1 \vee A_2$, avec $j = 1$ ou $j = 2$;
3. si partant d’une preuve $u : A$, j’arrive par un chemin déductif à $t : B$, alors $\lambda u^A.t^B : A \rightarrow B$
4. si $t[x/y] : A$, alors $\lambda x.t^A : \forall x A$, et si $t : \forall x A$, alors $t^{\forall x A} s : A[x/s]$;
5. si $t : A[x/s]$, alors $p(t^{A[x/s]}, s) : \exists x A$.

(p est un opérateur du lambda-calcul codant la conjonction ; k_1 et k_2 sont des opérateurs du lambda-calcul codant l'insertion disjonctive ; la notation t^A, pendant de $t : A$, exprime que le terme t est de type A ; j'ai omis ce qui concerne la négation, qui se déduit de la clause concernant l'implication)

Il n'y a pas un recouvrement strict entre les deux discours, la BHK-explication ne se référant pas à un mode de déduction des formules du type déduction naturelle. Les lambda-calculs correspondant aux règles d'introduction et d'élimination du $\forall$, par exemple, expriment collectivement la même idée que la clause 5 de la BHK-explication. La correspondance de Curry-Howard dans sa forme la plus primitive, ne faisant pas intervenir le lambda-calcul typé, décrit comment un terme du lambda-calcul libre "rend compte" du parcours déductif soutenant l'assertion d'une formule. On peut estimer que c'est une façon de fixer théoriquement l'idée de la BHK- explication, selon laquelle une construction soutient l'affirmation de la vérité d'une formule. Et on dira que la notion de réalisabilité, due à Kleene, donnait une image intermédiaire de la même chose : elle traduisait la BHK-explication en termes de fonctions récursives et non pas de lambda-termes.

Une différence, philosophiquement importante, demeure néanmoins : ce dont un lambda-terme rend compte, l'information qu'il code et retraduit, c'est celle de l'arbre de la dérivation de la formule concerné. Cet arbre se "fonde" sur les preuves indéterminées associées aux prémisses, et représentées au niveau du lambda-calcul par des variables. Le lambda-terme ne témoigne donc pas réellement de la "vérité" de la formule, il témoigne seulement de la façon dont celle-ci se fonde par une structure de preuve sur des certifications externes consignées par le système sous forme de variable. Il est clair que l'idée de la BHK-explication est de résorber, sous la notion de construction, l'hétérogénéité entre attestation fondamentale d'une vérité de base et déduction d'une vérité non immédiate. Une "construction" au sens brouwerien, cela nomme tout autant l'acte par lequel je m'assure d'un fait constructif en construisant ce fait, et l'acte de déduction qui consiste en la mise en évidence d'une logique progressive d'élaboration d'une construction attestant une énonciation complexe.

Néanmoins, les différentes clauses de la correspondance de Curry-Howard décrivent la même "nécessité" de l'accumulation constructive de la justification déductive : comment à partir d'une preuve de ceci ou cela, j'obtiens une preuve de ceci ou cela.

Les deux langages se distinguent philosophiquement, en un sens et dans leur proximité même, dans le cas de la clause concernant l'implication. Celle-ci consiste, dans le cas de la correspondance de Curry-Howard, à prendre acte de l'existence et l'identifiabilité par le biais d'un code de ce dont la BHK-explication énonce la disponibilité : d'une règle permettant d'engendrer une attesstation de B à partir de A. Une telle règle, dans le point de vue de la correspondance de Curry-Howard, est apparue dans le passage déductif de A à B, via l'utilisation des autres règles. Se référant à elle-même de façon récursive, la correspondance de Curry-Howard, jetant un regard rétrospectif sur le chemin parcouru, voit dans la façon dont la variable soutenant A figure dans le terme soutenant B la règle en question. Cette règle s'est donc construite au gré de la correspondance le long de la trajectoire déductive, au lieu que, dans la perspective de la BHK-explication, j'affirme $A \to B$ au nom de ceci que j'excogite une telle règle. Un tel lien de légitimation se maintient néanmoins dans le cadre de la correspondance de Curry-Howard : j'affirme à la ligne suivante de la déduction naturelle, en "introduisant le $\rightarrow$", la formule $A \rightarrow B$ au nom de la règle à l'apparition "fonctionnelle" de laquelle je viens d'assister.

L'esquisse de description qui précède renvoie, à mon sens, à un aspect à ma connaissance peu souligné d'ordinaire du développement de la pensée constructive au cours du vingtième siècle. L'idée de constructivité, en fait, s'est dédoublée en deux faces ou deux sous-idées : 1) celle d'une objectivité destinée à une contemplation et une connaissance spécifiques, l'objectivité constructive, que l'on conçoive celle-ci comme une objectivité numérique, littérale ou arborescente ; et 2) celle de calculs, incarnés dans des entités de calculs, qui définissent des types généraux de métabolisation d'une entrée relevant de l'objectivité constructive en une autre telle entité. Le lambda-calcul, la théorie des fonctions récursives ou celles des machines de Turing sont des théories de ces "entités de calcul", et pas d'abord ou pas uniquement des expositions d'objectivité constructive.

L'objectivité constructive au premier sens, c'est tout simplement, pour moi, l'objectivité introduite au moyen d'une clause récursive. On définit une classe d'objets en indiquant quelques objets primitifs de la classe et des moyens systématiques de fabriquer de nouveaux objets de la classe à partir d'objets supposés déjà connus de la classe. La classe est celles des objets élaborés à l'intérieur de ce jeu, et seulement ceux-ci (c'est ce que dit une ultime clause de "clôture"). Chaque objet conduit à la disponibilité explicite par une "construction" dans le cadre ainsi fixé se laisse présenter au moyen d'un arbre qui récapitule la suite des actes élémentaires de fabrication par lesquels passe la construction en cause, arbre dont les feuilles sont des objets primitifs mobilisés pour la construction. Les nombres entiers sont justiciables d'une telle présentation, les termes accessibles à partir d'un matériel symbolico-fonctionnel tout aussi bien, la notion de mot écrit au moyen d'un alphabet est de la même espèce, la notion de phrase proposée par Chomsky dans les années cinquante se rattache à cet horizon de présentation.

L'objectivité constructive possède un privilège fondationnel, que l'on peut énoncer de deux manières : aucun mathématicien n'envisagerait de considérer comme une mathématique authentique une mathématique qui ne fournirait pas d'abord tout le savoir possible sur les objets de cette sorte. Et le mode de connaissance par "récurrence sur la construction de l'objet" qui convient nativement à l'objectivité constructive doit être disponible dans tout cadre théorique adopté pour la mathé- matique en général. La "mathématique constructive", définie ici comme la mathé- matique pré-formelle qui détermine l'objectivité constructive au moyen du procédé de connaissance co-donné avec elle, possède le privilège d'être une mathématique minimale, à laquelle aucun mathématicien ne renoncerait.

Deuxième fenêtre sur le privilège fondationnel : de fait, le cadre théorique auquel s'est confiée, de plus en plus, la mathématique au fil des siècles, est le cadre déductif. Or, nous avons accédé, depuis Frege, à une conscience supérieure de ce cadre et de sa force contraignante, en telle sorte que nous ne considérons plus des preuves comme de vraies preuves si elles ne se laissent pas exhiber comme preuves formelles, comme textes correctement écrits de formules correctement assemblées. Mais l'objet formule et l'objet démonstration ne se laissent pas présenter autrement que sur le mode de l'objectivité constructive, ils sont les objets typiques d'une classe ouverte définie au moyen d'une clause récursive. Toute mathématique contemporaine, c'est-à-dire toute mathématique formelle, intègre nécessairement la "juridiction de l'objet constructif" comme moment du dispositif théorique qu'elle est.

Une troisième manière de faire voir et comprendre ce privilège fondationnel est de l'expliciter philosophiquement, en quelque sorte : ce qui est particulier à l'objectivité constructive, c'est que l'écart entre l'objet défini et la procédure définissante est annulé. L'arbre qui présente l'objet comme objet licite de la classe est en même temps exposition de cet objet et de la procédure qui le définit et le qualifie comme membre de la classe. Cette absence d'écart entre *definiens* et *definitum* se laisse aussi raconter comme équivalence de principe entre les versions noétiques, discursives et scripturales de la construction : une construction conforme à une clause récursive peut être pensée, dans les limites du "buffer" mental, elle peut être dite en une succession de phrases énonçant et accomplissant les opérations élémentaires en lesquelles elle se décompose, elle peut être écrite, consignée dans un arbre. Ce qui fait la force du niveau constructif, ce qui fonde sa valeur de plus petit dénominateur commun de la rationalité, ce qui rend possible son emploi technique dans la détermination du langage de la rationalité lui-même, c'est son indifférence à cette triplicité de modes. La "légitimité" d'une construction s'expérimente identiquement dans les trois guises, aux niveaux noétiques, discursifs et scripturaux.

Me contentant de ce résumé, je voudrais maintenant marquer la différence entre les "entités de calcul" et les constructions. Je prendrai, pour fixer les idées, l'exemple des fonctions récursives. Je demande alors que l'on distingue deux choses, ou deux aspects de la même affaire :

- la notion de fonction récursive, disons même, pour simplifier, celle de fonction récursive primitive, est définie au moyen d'une clause récursive. On indique des fonctions récursives de base, et des procédés de fabrication. Chaque fonction récursive peut donc être présentée dans son identité, ou, si l'on veut, dans sa trajectoire de production, au moyen d'un arbre. Il y a donc un objet constructif à contempler comme tel "dans" chaque entité de calcul du type fonction récursive.

- Mais lorsque nous comprenons une entité de calcul "sous" ou "derrière" l'objet constructif qui la repère, nous ajoutons quelque chose à la présentation arborescente qui est donnée. Chaque fonction élémentaire est comprise comme un principe d'entrée-sortie, associant un objet déterminé à un objet intervenant en entrée : comme une "fonction" au vieux sens, pré-ensembliste, de la notion de fonction. En tant que telle, la fonction élémentaire possède une ouverture sur l'infini, elle est disposée à opérer comme calcul sur n'importe laquelle des entrées infiniment variables dont on peut la nourrir. Et nous ne pouvons pas nous contenter de marquer les actes de fabrications, nous devons comprendre, à chaque fois, quel sens il possèdent vis-à-vis de cette tâche ouverte de métabolisation d'entrée en sortie. Si nous écrivons qu'un nœud est du type $g(f_1, , f_n)$, par exemple, nous devons lire la "composition" de fonctions dans cette écriture, et pas seulement la mémoriser comme agencement symbolique à partir de g, f_1,, f_n.

Les entités de calcul opèrent sur l'objectivité constructive, et produisent en sorte de l'objectivité constructive. De plus, la procédure qu'elles sont se laisse totalement identifier au moyen d'une marque identitaire qui est un objet constructif. Mais ce qu'un tel marquage évoque, le processus qui est, si l'on veut, sa *référence* dans l'ancien langage philosophique, est un processus d'une certaine manière infinitaire qui excède par son sens l'objectivité constructive. Ou encore, ce processus comme definitum n'est pas dénué d'écart avec la construction qui vaut comme son definiens. Avec les entités de calcul, et si affines soient-elles à l'univers "métaphysique" de la constructivité, nous retrouvons l'écart référentiel, l'opacité "intentionnelle" qui résulte de la puissance évocatrice du langage.

On peut revenir sur la confrontation de la BHK-explication et de la correspondance de Curry-Howard par laquelle nous avons amorcé notre réflexion, et, plus précisément, sur la discussion contrastante que nous avions esquissée.

Une preuve formelle est un objet constructif, cela, en tout cas, est sûr : elle se définit en termes d'un "mode d'inférence", et un mode d'inférence n'est pas autre chose que la définition d'une classe de théorèmes par le moyen d'une clause récursive. Une définition récursive des théorèmes est *ipso facto* une définition récursive des preuves, qui ne sont jamais, si l'on veut, que les arbres rendant compte de ceci que les théorèmes sont des théorèmes : je peux à vrai dire, me donner par une clause récursive indifféremment les preuves ou les théorèmes et définir ensuite, selon l'option, les théorèmes comme les formules terminales des preuves ou les preuves comme les arbres de production des théorèmes.

La BHK-explication prend les formules comme attestations de faits constructifs, c'est-à-dire ayant trait à l'objectivité constructive, et envisage à vrai dire la "preuve" d'une formule comme la construction qui la soutient, qu'elle rapporte et dont elle rend compte. Cette construction "commence" par une construction de l'évidence arithmétique de base, et se prolonge dans une série de constructions explicitant comment l'attestation constructive se transmet des composants atomiques à la formule dans sa totalité complexe. La correspondance de Curry-Howard comprend plutôt la preuve comme une entrée-sortie, capable de transformer des "preuves" des prémisses mises en jeu en une preuve de la formule finale. Ces preuves sur lesquelles se fonde la preuve globale sont considérées comme absolument inconnues, le point de vue ne leur attribue aucune essence et aucune structure, et se contente de les désigner au moyen de variables. Il suffit que, dans le cas où une formule est tenue pour effectivement prouvée, ces variables ne figurent plus avec des occurrences libres dans le terme décrivant la preuve totale (les prémisses ont toutes été "déchargées"). Un vraie preuve est donc une entrée-sortie qui n'a plus besoin d'entrées, qui n'a plus besoin de "ses" entrées.

En bref, la correspondance de Curry-Howard envisage plutôt les preuves formelles comme des entités de calcul, alors que la BHK-explication les regarde plutôt comme des constructions. La différence est néanmoins mince, parce que, comme nous venons de le remarquer, la pensée qui prend en charge au vingtième siècle les entités de calcul est la pensée constructive, recherchant le moindre écart entre les définissants et les définis, et que, donc, les entités de calcul sont repérées au moyen de constructions, comme des lambda-termes. Au-delà, d'ailleurs, les constructions identifiées par des lambda-termes que sont les preuves sont soumises à un nouveau "calcul", qui est leur réduction ou normalisation, et qui "correspond" dans la correspondance de Curry-Howard à la réduction des lambda-termes.

A l'issue de cette première réflexion, qui avait pour nous une fonction de mise au point et de clarification, nous voudrions nous tourner vers des enjeux plus clairement polémiques, ayant trait soit à l'interprétation du devenir machinique de la logique, soit à la question du psychologisme.

2 La querelle de l'anti-psychologisme

Les deux objections qui sont constamment adressées à la pensée de Brouwer dans les textes reflétant la *doxa* logico-mathématique sont 1) que sa philosophie des mathématiques est "contre" la pratique concrète des mathématiques, contre le développement constatable de la science, et donc impossible à soutenir ; 2) que sa philosophie des mathématiques est dans son fond "psychologiste", et donc tout aussi insensée que Kant et Husserl pour tout esprit lucide, c'est-à-dire frégéen.

J'ai tenté d'expliquer, dans *Le constructivisme non standard*[1], à quel point j'étais en désaccord avec le 1). Il me semble que ce que l'on peut reconstruire comme la philosophie des mathématiques appelée par les conceptions de Brouwer à distinguer absolument d'un slogan du type "Faites uniquement de la mathématique intuitionniste, détournez-vous de la mathématique hilbertienne !", slogan qui, de fait, n'apparaît pas dans ses textes majeurs est bien au contraire la philosophie la mieux adaptée à une célébration et une compréhension de ce qui se passe dans la grande mathématique formelle ensembliste. Même si je crois ce point important et méritant d'être défendu, je ne reviendrai pas sur lui dans cet article, ce n'est sans doute pas lui qui peut être prioritaire dans la présente discussion.

Je voudrais plutôt me pencher sur le deuxième enjeu, celui qui a trait au psychologisme. Le débat y afférent me met très mal à l'aise parce que je me sens autant en désaccord avec l'anti-psychologisme de mouture frégéenne qu'avec l'anti- anti-psychologisme d'inspiration cognitive. Mais commençons par le premier.

2.1 La faute "psychologiste" de Brouwer

Il a plusieurs niveaux d'expression, et sans doute un spécialiste pourrait-il en présenter les facettes et les significations bien mieux que je ne le ferai ici. Je voudrais insister, pour ma part, sur un élément que j'ai l'impression de saisir et qui me semble au cœur de la conviction anti-psychologiste : il consiste dans l'identification du psychique au particulier contingent. Les anti-psychologistes demandent que rien de "psychique" ne figure jamais dans les fondements de la connaissance, parce que le psychique est toujours particulier, contingent, à vrai dire instable et insaisissable, or nous avons besoin, pour les fondements, d'éléments universels, nécessaires et stables.

Le raisonnement de Frege dans *Sinn und Bedeutung* me paraît aller complètement dans ce sens : pour résoudre au plan fondationnel les problèmes de l'identité et de l'égalité, nous devons faire appel à la notion de sens en la distinguant bien de celle de représentation. Le sens désigne un élément objectif, intersubjectivement identique, porté par le langage dans sa littéralité, et qui détermine l'accès à un référent, et il ne doit pas être confondu avec cette représentation qui accommode le sens dans chaque subjectivité, en lui ajoutant toute sorte de contenus idiosyncrasiques.

[1] Lille, Presses du Septentrion, 1999.

La discussion post-frégéenne sur la possibilité d'un langage privé, et sur le rôle épistémologique des *qualia*, confirme cette vision disqualifiante du psychique. "Il n'y a pas de langage privé" veut dire que l'on ne peut jamais prendre les sensations ou sentiments des sujets comme les bases critérielles de l'emploi des mots. Ces sensations ou sentiments ne sont jamais que des qualités ineffables : on a dit d'eux tout ce qui pouvait en être dite lorsqu'on les a posé sur le plan qualitatif et lorsqu'on les a renvoyés à la singularité de la conscience du sujet, qui leur ôte toute valeur possible à l'instant même où, se les appropriant, elle les contamine de sa singularité.

La question est donc de savoir si cette conception disqualifiante est juste, et si elle fonctionne à bon escient contre Brouwer, écrivant en substance que pour le formaliste, la certitude mathématique est sur le papier, alors que pour l'intuitionniste elle est dans les esprits.

Tout d'abord, je ne crois pas l'idée anti-psychologiste, formulée de la sorte, juste. Bien entendu, lorsque nous faisons de la philosophie, et tout particulièrement dans un esprit fondationnel, nous cherchons à proclamer un universel "inesquivable", dans lequel tous et chacun se reconnaisse. Mais l'idée que, pour ce motif même, toute référence aux contenus de conscience, à la vie psychique, soit interdite, me semble très mal venue. Les contenus de conscience, à mon sens, n'ont aucun privilège négatif vis-à-vis de l'universel, il ne sont pas plus englués dans la singularité personnelle que les contenus empiriques ou objectifs ou les contenus linguistiques. L'élément de singularité qui semble s'introduire du seul fait que je ne puis jamais faire état de quoi que ce soit autrement qu'en faisant état de ce contenu *tel qu'il m'apparaît* vaut en effet pour toute espèce de contenu, et pas seulement pour les contenus de la conscience personnelle. Une philosophie qui s'appuie sur les propriétés communément reconnues aux objets spatio-temporels de taille moyenne est prise dans le biais de la singularité des perceptions, seulement corrigée par un certain usage collectif des rapports sur ces perceptions, usage qui, d'une part, a cours tout autant à propos des perceptions internes, qui, d'autre part, n'empêche pas l'intervention d'autres biais particularistes, liés à des communautés d'usage, et qui, enfin, est tributaire de l'accord sur les significations des mots, lequel, à son tour, est pris dans le biais particulariste irrépressible : les niveaux réputés "objectifs" de la signification ou de la forme logique par la philosophie analytique ne sont pas "saisissables", vérifiables sur des marques sûres, finitaires, univoques. La catégorie de nom propre telle que nous la recevons en surface est renversée par Russell, qui lui oppose ce que nous entendons réellement par la désignation inambiguë directe d'un individu, rectification qui a toutes les apparences d'une rectification du manifeste lingui- stique par le latent de la pensée. Chisholm et Davidson discutent de la vraie forme logique des phrases d'action, laquelle est très évidemment conjecturée au-delà des marques littérales identifiant les énoncés. De toute façon, la simple reconnaissance compétente des lexies, des énoncés, des textes, est prise dans la même sorte de biais, est fonction d'un accès commandant jusqu'aux opérations élémentaires de détections des phonèmes, qu'on a tort de se représenter comme élémentaires justement.

Faire de la philosophie consiste à revendiquer un universel exprimé par des mots mais imputé à des lieux variables selon les philosophies : ce peut être, par exemple, l'universel de la forme logique des phrases rendant raison de leur signification pour une grande partie de la philosophie analytique, universel conjecturé à partir des données linguistiques telles qu'elles nous apparaissent ; ce peut être, pour une philosophie transcendantale de type kantien, l'universel de certaine fonctions typiques de la pensée, conjecturées à partir de notre expérience unilatérale de cette dernière et des constructions scientifiques auxquelles elle a donné lieu. De toute façon, il n'existe aucun accès direct à l'universel comme tel qui nous prémunirait contre le biais particulariste, que nous approchions les choses à partir de la pensée ou à partir du langage. C'est-à-dire que, quoi qu'il arrive, la philosophie consiste à mettre en avant un *pour soi* en le donnant comme un *pour nous* universel, ou encore, à chercher à sélectionner le *pour nous* universel dont elle conjecture que n'importe quel *pour soi* est prêt à l'assumer. Un résultat philosophique qui ne serait pas en dernière analyse validé par les *pour soi* n'en serait pas un. Aucune philosophie ne peut se passer des "qualia d'assentiment", tant il est vrai que la recherche de la vérité ne peut pas être déléguée au pôle objet : les interactions entre un objet et le monde ne vaudront jamais directement comme connaissance, le plus réductionniste et le plus objectiviste des savants doit, je crois, convenir qu'il poursuit une vérité *dont chaque homme puisse en principe se convaincre*.

Il n'est, à mon sens, pas prouvé que le meilleur point d'appui pour un langage fondationnel pertinent concernant la logique et les mathématiques réside dans le langage en tant que "réalité" partagée. L'expérience historique de la pratique des disciplines formelles est plutôt que le langage tel qu'il se présente "objectivement" est l'élément d'une interprétation compulsive travaillant en chaque sujet, qu'il est travaillé par l'ambiguïté et le vague, qu'il est éventuellement la source du malentendu et de l'obscurité (c'est ce que bien des auteurs écrivaient spontanément avant le grand consensus suspect du vingtième siècle). Les langages formels ont été fabriqués contre le langage, et l'on a en général tort des les subsumer sous le lingui- stique.

Justement, c'est en cela que réside, à mon avis, l'un des apports essentiels de Brouwer, apport que j'ai déjà explicité plus haut. Ce autour de quoi se réalise la convergence rationnelle la plus universelle et la plus incontournable, dans les disciplines formelles, c'est la notion de construction, notion qui fait sens simultanément aux niveaux noétiques, discursifs et scripturaux, et qui relève donc à la fois des registres de la parole, de la langue et de la pensée, c'est ce qui fait sa force et sa centralité, c'est ce qui en fait un transcendantal plausible, une bonne identification contemporaine du transcendantal. Le prétendu "psychologisme" de Brouwer me semble en fin de compte sa force plutôt que sa faiblesse. Mais pour le reconnaître, il faut être prêt à accepter la contingence du fondement : le fondement est un lieu ultime de la remontée aux présupposés pour les acteurs humains de la connaissance, reconnu comme tel par le suffrage concordant de leurs fragiles pour soi, et nous ne pouvons ni n'avons à l'expliquer par quoi que ce soit (en termes d'une physique), ni en rendre raison dans les termes d'une métaphysique, *sinon ce ne serait plus un fondement, mais un résultat intra-cognitif*. Je ne sais pas dire plus sur l'élément de convergence qu'est aujourd'hui la pensée-pratique-diction du constructif, et je ne vois pas pourquoi je devrais pouvoir dire plus que : cela marche et tout le monde s'y reconnaît. Kant avait déjà vu et formulé, dans des phrases d'une clairvoyance extraordinaire, cette contingence du fondement, que toutes les ambitions scientistes et métaphysiques ont contesté par la suite.

Mais la discussion sur le psychologisme possède un autre versant, qui correspond plutôt à celui de l'anti-psychologisme husserlien. Dans les *Prolégomènes*[2], Husserl, on le sait, combat la position selon laquelle la psychologie comme discipline positive aurait une vocation naturelle à fonder les structures de la logique : la logique énonçant les "lois de la pensée", dira-t-on, n'est-il pas plausible que la science de la pensée soit responsable de son contenu ? L'anti- psychologisme husserlien est aujourd'hui combattu, en général au nom des sciences cognitives, et en particulier au nom de la correspondance de Curry-Howard. Je me penche maintenant sur ce second volet de la discussion.

2.2 Fondement cognitif de la logique ?

L'idée que le développement des sciences cognitives donne *a posteriori* raison au "psychologisme" contre Husserl (et Frege) est tout d'abord avancée pour des raisons sommaires, qui me semblent relever, à y bien regarder, purement et simplement de la pétition de principe. Dans l'esprit de certains, il me semble, l'argument est tout simplement le suivant :

1. les sciences cognitives suivent le paradigme computationnaliste ;

2. le paradigme computationnaliste enseigne que le cerveau humain, c'est-à-dire la psyché dans ce qu'elle a d'objectif, est comme un ordinateur ;

3. donc les lois logiques ne font que manifester une régularité objective qui est celle de l'ordinateur mental, ce qui est à la lettre l'énoncé du fondement psychologique de la logique.

Bien entendu, l'objection à cet argument est que la prémisse nécessaire à l'assertion de 3) serait, plutôt que 1) et 2), le 1') suivant :

1') : c'est un fait empirique avéré que le cerveau exhibe le comportement universellement prédictible d'une "machine logique à états discrets", comme les nomme Giuseppe Longo.

Or il y a loin de la juxtaposition de 1) et 2) à 1'), et c'est d'ailleurs pour cela que la vérité de 1) est tout au plus sociologique et historique, limitée dans sa pureté à la période 1956-1985 sans doute. Depuis la publication de PDP, nous savons au moins qu'il existe une forte objection à la fois théorique et empirique à 3), qui a sans doute en partie motivé la montée en puissance des neurosciences dans les sciences cognitives.

En fait, l'argument sommaire évoqué à l'instant ne fait pas autre chose que mélanger, dans une circularité inaperçue, la norme et le fait. L'option computationnaliste a consisté essentiellement à projeter *a priori* sur le *fait* de la pensée ce que l'on avait découvert, à l'issue de tout un débat et de toute une crise, comme le noyau *normatif* de la mathématique et de la logique : en substance, la forme de la logique des prédicats du premier ordre (le raisonnement mathématique avait été déclaré devoir toujours se laisser rédiger comme texte démonstratif dans la théorie du premier ordre ZFC), ou celle de la machine de Turing (tout système déductif est simulable par une machine de Turing écrivant successivement ses théorèmes, donc la machine de Turing incarne en

[2] Cf. Husserl, E., 1901, *Recherches logiques*, tome 1, *Prolégomnes à la logique pure*, trad. franç. H. Élie, A.L. Kelkel et R. Schérer, Paris, PUF, 1959.

un sens l'idée normative de déduction formelle). Si l'on se souvient de cette origine, si l'on porte un regard épistémologique honnête sur l'entreprise computationnaliste, on voit bien que sa seule existence ne prouve rien quant au débat du psychologisme : tout au plus son succès ultime et ne laissant place à aucune controverse pourrait être tenu comme apportant quelque chose à la discussion, mais il me semble que nous sommes loin du compte. Pour une prise de position respectueuse, mais radicalement critique à ce sujet, je renvoie au bel et vigoureux article de G. Longo " Laplace, Turing et la géométrie impossible du "jeu del'imitation" : aléas, déterminisme et programmes dans le teste de Turing "[3].On ne peut pas prouver qu'un fait fonde une norme à partir de la simple donnée du programme de la description de ce fait en termes de cette norme, pour résumer les choses dans des termes rendant la chose accessible à tout philosophe de bonne foi, il me semble.

Mais la revendication psychologiste prend appui, aujourd'hui, sur les développements récents de la logique, et sur ce que l'on peut ressentir, précisément, comme une *Kehre* de la discipline. Ce sur quoi l'on attire l'attention, précisément, est le domaine de l'informatique théorique (c'est-à-dire de la théorie logique des entités de calcul, où interviennent lambda-calcul, théorie de la récursivité, théorie des machines de Turing, théorie des catégories, à côté, je n'en doute pas, de bien des ingrédients que j'ignore). Et la correspondance de Curry-Howard est prise à cet égard comme un résultat exemplaire, riche d'enseignements. On la voit comme la preuve que "derrière" les raisonnements qui ont cours dans les théories formelles se donnant un horizon objectif infinitaire, sont à l'œuvre des processus combinatoires susceptibles d'être identifiés par des lambda-termes. On s'accorde l'inférence généralisante qui passe de l'activité mathématique à l'activité de pensée en général, et l'on en déduit que le lambda-calcul, par exemple, décrit le processus cérébral computationnel qui est sous-jacent à l'exercice de la pensée. Le rapport des discours de haut niveau, tous ramenables au modèle du discours de la théorie des ensembles, à ces processus serait seulement que ces discours extraient l'information "typale" : ils nomment et explicitent les types des lambda-termes travaillant dans la profondeur neurologique.

Sous cette hypothèse, le logico-mathématique serait "réduit" à une couche à la fois logique et cérébrale, celle de l'informatique théorique, du lambda-calcul dans la présentation qui vient d'être esquissée.

On peut mettre en rapport l'apparition de cette nouvelle réduction avec une supposée *Kehre* de la logique : la logique semblait la doctrine générale et universelle de la vérité et de ses formes langagières, elle apparaît aujourd'hui comme la théorie universelle des processus, processus qui sont "objectifs", et qui peuvent aussi bien être réalisés au niveau neurophysiologique ou au niveau de machines en silicium. La *Kehre* consisterait donc en le passage d'une logique idéale de la vérité, du langage et de l'objet quelconque à une logique "abstraite" des processus, incarnée aujourd'hui par le corps émergeant et solidaire des sciences computationnelles.

L'ensemble de la doctrine qui précède, je la connais (très mal sans doute) à travers l'exposé oral que m'en a fait Jean Petitot au cours d'une discussion un peu vive à Clermont-Ferrand. Il y a toutes les chances que je la caricature, et que j'ai mal saisi la position philosophique qui était celle de mon interlocuteur dans cette affaire, mais

[3] *Intellectica*, n **35**, 2003.

quoi qu'il en soit, je pense bien faire en la critiquant aujourd'hui : j'espère ainsi apprendre des réactions suscitées par mon propos à la fois ce que pensent réellement les "adversaires" que je me donne, et ce que mes évaluations critiques pourraient avoir d'inapproprié.

Après cette mise en garde et cette relativisation *a priori*, lançons nous dans le vif du sujet.

Une partie du problème réside dans l'estimation épistémologique du "niveau" de la logique incarné par "l'informatique théorique", en l'espèce par le lambda-calcul. La thèse d'une identification neurophysiologique des processus de la pensée au travers des lambda-termes paraît une thèse différente et nouvelle relativement à celle du computationnalisme classique, parce que le lambda-calcul semble une théorie de plus bas niveau que la logique des prédicats, plus généralement évoquée comme l'armature du "mentalais" dans les formulations antérieures du computationnalisme. L'ordinateur mental était préférentiellement décrit comme dérivant des phrases d'une théorie du premier ordre, et même lorsqu'il était analogisé avec une machine de Turing, on avait à l'esprit une machine produisant les théorèmes d'une telle théorie. Dans la mesure où la théorie du premier ordre par excellence, dans l'esprit de cette discussion, est la théorie des ensembles, on est passé d'une image de la pensée l'égalant au discours mathématique de haut niveau à une vision de ces processus qui les photographie au moyen du "langage machine" que serait en l'espèce le lambda- calcul. L'ancien computationnalisme gardait le contact avec le "La vie des Dieux est mathématique" de Hölderlin, le nouveau ne le fait pas. Jean Petitot accentue ce point en référence à Husserl : pour lui, les théories de l'informatique théorique ne sont pas des théories idéales au sens des idéalités *exactes* de *L'origine de la géométrie*, mais au sens des idéalités *morphologiques* évoquées dans le même texte.

Je voudrais commencer par objecter à ce niveau. Il me semble que les théories de l'informatique théorique n'ont pas, avec les théories logiques et mathématiques standard, le type de contraste que l'on prétend. J'accepte de me placer sur le terrain husserlien, comme Jean Petitot nous y invite, et de prendre en considération la distinction entre idéalités exactes et idéalités morphologiques. Je rappelle à cette occasion que l'exemple de ces dernières donné par Husserl est le *rond*, sorte de label sémantique vague couvrant une large diversité de configurations sensibles. Ce qui caractérise l'idéalité exacte pour lui, si je l'ai bien lu et compris (et pas seulement dans ce texte), c'est deux choses :

- l'idéalité exacte présente la structure occurrence-type qui lui est propre, en d'autres termes elle est un invariant qui s'absente de chaque instance où elle se montre. Husserl donne volontiers l'exemple des unités légales du langage comme exemple pour illustrer cette structure. Celle-ci constitue à l'évidence, le fond partagé de ce qui est compris comme idéalité depuis Platon.

- l'idéalité exacte manifeste son exactitude dans un mode de position qui la donne dans sa perfection, qui la met en route au sein d'un réseau et d'un ensemble de procédures parfaitement correctes. Elle dépend d'une relation volontariste à l'objet, d'une décision de l'environnement, des relations, des opérations. Elle est liée à une attitude nomologique, pour utiliser un lexique husserlien.

Les deux déficiences de quelque chose comme le *rond* vis-à-vis d'un tel modèle sont liées : comme le rond n'est pas posé dans un protocole de définition autoritaire, comme l'horizon nomologique lui fait défaut, l'attribution à quelque chose de l'adjectif rond résulte d'une transaction empiriquement déterminée par les attributions antérieures, elle ne peut pas partir d'une détermination acquise du "modèle", il n'y a pas réellement un type qui se subordonne l'instance tout en s'en distinguant.

Je prétends que, de ce double point de vue qui me semble le seul pertinent dans notre discussion, l'objectivité constructive dans son ensemble se tient dans le même registre de l'idéalité que l'objectivité ensembliste de la grande mathématique, obtenue comme corrélat métaphysiquement assumé de la stipulation de la théorie ZFC. Les subsomptions d'objets énonçant leur appartenance à une classe définie par une clause récursive sont exactes, et liées à une procédure mise en œuvre en tant qu'exacte. L'objectivité est anticipée, configurée, décidée, on est dans l'horizon nomologique. L'arborescence témoignant de la fabrication de l'objet la rattache à un type qui est celui de tous les arbres légitimes et ne coïncide avec aucun d'eux. La structure type-occurrence est bien opérante. En fait, on peut même ajouter que l'objectivité constructive se définit toujours au moyen d'un matériel symbolique présentant déjà la structure idéale type-occurrence, sinon les règles de fabrication ne pourraient pas être comprises dans leur universalité.

Reste à traiter, de ce point de vue, des entités de calcul. Je prolongerai donc ici ce que j'en ai dit plus haut. Je remarque, en effet, que les théories de l'informatique théorique s'attachent toujours à nous les présenter comme objectivité constructive, il y a des clauses récursives définissant un lambda-terme ou une fonction récursive. Il est vrai que, par un côté, les entités de calcul transcendent cette identification possible d'elles : par leur dimension de principe d'entrée-sortie, qui les fait valoir non pas comme objet constructif mais comme métabolisateurs *a priori* d'objets constructifs d'un certain type en objets constructifs d'un autre type, comme "fonctions" au sens intuitif. On peut synthétiser en disant que les entités de calcul dont s'occupe l'informatique théorique sont les tenant-lieu au sein du champ constructif des "applications" dont la prise en considération contribue à infinitiser la théorie des ensembles. La différence, caractéristique du champ constructif, est qu'au lieu de laisser les applications enrichir et dépasser toujours l'horizon objectif, comme on le fait en théorie des ensembles, on les "rabat" en quelque sorte sur le plan constructif de base. La valeur fonctionnelle est un point de vue, que l'on sait rendre opératoire, mais l'identification de l'entité de calcul reste confiée au plan constructif. C'est ainsi que la théorie des entiers, par exemple, peut intégrer des entiers jouant le rôle de fonctions parce qu'ils codent une fonction récursive, pour prendre un exemple spectaculaire et pour cette raison significatif.

Le bilan est que nous n'avons aucune raison de considérer que, en passant de la théorie des modèles ou de la théorie de la démonstration classique à la Gentzen au lambda-calcul ou plus généralement aux théories de l'informatique théorique nous avons changé de strate philosophique.

D'ailleurs, bien des faits le signalent, comme celui-ci : le lambda-calcul peut parfaitement être présenté comme une théorie du premier ordre, théorie de l'égalité des termes et de la réduction des termes. Plus généralement, il y a réversion possible de toute présentation d'une classe d'objectivité constructive en un système d'inférence où les objets sont “déduits” plutôt que “fabriqués”.

Ma conclusion est que la “réduction” de la psychologie à des processus computationnels, si on la considère comme réduction des discours mathématiques aux codages des preuves au moyen de lambda-termes, est profondément la même chose que ce que décrivait l’ancien programme computationnaliste, et rencontre les mêmes difficultés de principe.

Reste à faire la remarque suivante, parfaitement élémentaire, mais éclairante quant à ce qui peut être cru “avoir changé” dans le débat sur le psychologisme à l’heure de l’informatique d’une part, des neurosciences cognitives d’autre part. Dans l’ancien débat, Husserl faisait observer que les lois de la logique n’étaient pas pour nous les lois factuelles de la pensée, et que l’on pouvait le vérifier sans peine, puisque nous ne considérons pas comme des remises en cause de ces lois dans leur légitimité nos fautes, c’est-à-dire la différence entre les comportements qu’elles exigent et nos comportements constatables. Sur ce plan, la psychologie cognitive est loin d’avoir infirmé la remarque husserlienne, au contraire, elle prend en charge les tendances fautives systématiques de la psychologie observable pour tenter d’en dire quelque chose. Je voudrais faire valoir ici que l’existence d’objets concrets baptisés ordinateurs auxquels nous nous fions dans beaucoup de cas et de contextes n’a rien changé à cet égard : de même, il n’y a pas une fonction récursive dont la réalisation informatique se substitue pour nous à sa définition par l’informatique théorique (par une voie ou une autre). N’importe quelle fonction implantée déroge à sa loi, ne produit plus les valeurs escomptées si on l’applique au-delà du champ de capacité fini de la machine : on peut, souvent, faire accéder la machine à ce domaine d’incompétence en la soumettant à une itération indéfinie. Mais nous savons *a priori* cette incompétence, nous l’anticipons et la jugeons, jamais nous n’envisageons une seule seconde de prendre le fait informatique comme critère de l’identité des entités de calcul évoquées par l’informatique théorique.

La fautivité du “psychologisme”, en vérité, ne réside pas dans son subjectivisme mais dans son objectivisme : ce qui rend impossible la fondation psychologique de la logique, c’est que la psychologie est de l’ordre du fait, alors que la logique énonce un droit de portée infinie. Mais cette objection vaut pour tout ce qui est de l’ordre du fait, et donc tout aussi bien pour les machines dans leur objectivité silicieuse ou pour le cortex dans son objectivité neurale. Bien analysé, l’argument du langage privé de Wittgenstein, à mon sens, ne dit pas autre chose, et la reconstruction qu’en donne Kripke est à cet égard judicieuse : ce n’est pas en tant que subjectivité que le “fort intérieur” ne peut pas détenir le critère des règles et des emplois de mot, mais en tant que réservoir fini d’information ; un “texte” a beau être constitué d’expressions linguistiques publiquement contrôlables, il est dans la même incapacité.

On comprendra donc que je reste absolument psychologiste au sens du psychologisme pourfendu par Frege, c’est-à-dire persuadé que les thèses fonctionnelles qui comptent sur le plan philosophique sont toujours des contenus du *pour soi* revendiqués comme contenus du *pour nous*, et en même temps anti- psychologiste au sens du psychologisme pourfendu par Husserl, c’est-à-dire persuadé que la factualité psychologique, comme toute factualité, est hors d’état de fixer pour nous le sens du droit logique.

Reste à conclure, ou tenter de conclure, à l’issue de tout ce débat, sur l’hypothèse d’une *Kehre* de la logique.

3 Quelle *Kehre* ?

Donc, ce qui serait la *Kehre* en question, ce serait la mutation de la logique en une théorie absolument générale des processus. La logique se serait reconnue, au cours du vingtième siècle, de plus en plus comme une théorie dynamique plutôt que statique, et objectiviste plutôt que subjectiviste. La prise en charge logique du thème de la machine, mise en relief par P. Wagner dans son excellent livre[4], serait le symptôme majeur de cette évolution, dont la montée en puissance des sous- disciplines de l'informatique théorique serait le visage institutionnel. Désormais la logique serait à envisager en liaison avec les domaines de la science où l'on étudie les processus abstraits, c'est-à-dire ou bien l'informatique ou bien les neurosciences. Et la *Kehre* consisterait en fin de compte en le dépassement du *linguistic turn* : si, au début du vingtième siècle, l'horizon de la philosophie a pu être entièrement renouvelé par le mariage de la logique avec le langage, il doit aujourd'hui l'être avec la même radicalité en raison de l'exil de la logique hors du langage. Pour rester en accord avec la sensibilité empiriste et suivre l'évolution des sciences, et par excellence de la science élue par elle reine, la philosophie analytique devrait aujourd'hui se métamorphoser en une "philosophie opérationnelle" ou quelque chose comme cela.

Pour une fois, je parlerai donc en faveur de ladite philosophie analytique, qui, à mon avis, aurait tort de se croire trop vite périmée. Les évolutions en cause, dont nous venons de discuter certains des aspects, ne justifient pas un tel *aggiornamento*.

Mais le fond de ma position est qu'il y a bien une *Kehre*, plus profonde, et plus ancienne. Cette *Kehre*, la phénoménologie et la philosophie analytique sont l'une et l'autre passées à côté, alors qu'elles étaient contemporaines de son événement fondateur. Pour moi, le grand basculement réside dans la pensée de Brouwer, dans la venue au jour de la notion d'objet constructif et de la figure de la pensée constructive. Les évolutions de la logique, je les comprends comme des conséquences de cet événement, comme des élaborations toujours plus fines et plus radicales des possibilités de connaissance et de pensée ouvertes par cet événement. La logique et les mathématiques ont bien répercuté, chacune à leur manière, la nouveauté et la profondeur de l'idée constructive. La philosophie, en revanche, semble embarrassée de mille inhibitions qui l'empêchent d'en prendre la mesure. Tentons donc de préciser ce point, pour conclure.

La thèse que je soutiens ici peut encore être dite de la manière suivante : contrairement à ce qui est souvent affirmé, il y a une unité profonde des deux protagonistes du débat du début du siècle, Hilbert et Brouwer, et l'avènement de la pensée formelle est l'événement marquant la Kehre de la logique, comme, cette fois, chacun s'accorde à le reconnaître. La difficulté à comprendre que ce qui se joue aujourd'hui n'est que le prolongement de ce virage vient de ce que la part brouwerienne de cette *Kehre* de l'accès au formel est méconnue, alors même que Hilbert n'en a nullement fait mystère.

La mutation formaliste consiste en l'adoption par l'humanité logico- mathématicienne d'un "lieu" de convergence fondamentale, qui est celui de la pensée constructive de l'objet constructif. Un des aspects de cette adoption est le passage d'une idée discursive du prouver à une idée formelle de celui-ci. L'idée de preuve formelle, très volontiers présentée, même dans l'épistémologie dominante, comme le dénominateur

[4] Cf. Wagner, P., *La machine en logique*, Paris, PUF, 1998.

commun des activités logico-mathématiques, consiste dans l'abandon de la confiance placée dans une détermination sémantico-conceptuelle de la déduction, et la préférence assumée pour une détermination constructive des notions de *terme*, *formule* et *démonstration*. Il en résulte que ce sur quoi l'on converge dans l'activité de la dérivation formelle, c'est sur le fait qu'un objet constructif a été correctement fabriqué conformément à une clause récursive. L'accord en question pouvant se vivre, notamment, dans la contemplation commune d'un arbre vu selon la structure arborescente qui le construit. Ce "basculement" est acquis depuis Hilbert, et profitant dans l'après-coup des progrès sédimentés dans l'art de l'exposition de ces matières, nous voyons comment l'horizon de l'objectivité constructive apporté par Brouwer sert à mettre en forme la formalité du formel. Il en résulte que le partage fondamental de la logique est intuitif, il est lié de manière indéchirable à une fonction de recognition ayant une triple dimension, noétique, discursive et scripturale, que l'on peut en même temps analyser philosophiquement comme un mode intuitif indissolublement pratique : la logique et les mathématiques dépendent essentiellement d'un "voir selon l'arborescence" universellement partagé qui n'est partagé comme voir que pour autant et dans la mesure où ce voir est inséparable d'un faire. C'est cette superposition, ce recouvrement, que la notion d'intuition constructive exprime, ou que révèle la succession historique des dénominations *intuitionnisme* et *constructivisme*. Nous retrouvons ainsi, sous une forme contemporaine, et relativement à une nouvelle disposition du transcendantal, la profonde conception kantienne selon laquelle l'intuition pure (de l'espace, du temps) est la face active de la réceptivité, dans laquelle le sujet en tant que sujet transcendantal apporte une forme à ce qui, déterminé à l'aune de la sensation la réceptivité purement passive ne serait que multiple amorphe (pur divers).

Cette *Kehre* a déterminé la mathématique doublement : d'une part, elle a consisté en l'adoption de la juridiction formelle, c'est-à-dire à la ré-exposition du savoir mathématique comme savoir déduit au sein de ZFC (ou du moins comme déduit dans des textes axiomatiques semi-formels que l'on présume ramenables à la norme ZFC) et à sa fécondation dans l'ambiance méthodologique de l'axiomatique ensembliste ; d'autre part, en la prise en vue d'une couche constructive de la connais- sance mathématique enveloppée dans le thème ensembliste visé par la mathéma- tique formelle, et en l'explicitation toujours plus précise et plus savante de l'apport de la technique ensembliste intégratrice à la mise en ordre et la systématisation de la connaissance constructive. Ce second aspect, présent depuis l'origine et à chaque étape pour qui fait l'effort de relire le texte de l'enseignement bourbachique, est devenu impossible à négliger à l'heure où les mathématiques discrètes finitaires ont connu le développement que l'on sait, et où les aspects combinatoires de la connais- sance mathématique se sont vus systématiquement soulignés.

Du côté de la logique, cette Kehre a déterminé le développement de la théorie de la démonstration, qui prenait acte de la nature intuitive de l'objet *preuve formelle*, et, de proche en proche, l'ensemble des développements rassemblés depuis le début de cet article sous le label informatique théorique.

Du côté philosophique, la situation est plus étrange, parce que la philosophie du vingtième siècle a largement suivi l'inspiration de Frege, qui rejetait à la fois Brouwer et Hilbert, puisqu'il ne voulait ni que les entiers fussent définis en termes d'une clause récursive (parce que, au fond, c'est une mauvaise définition logique, le *definiendum* apparaissant dans le *definiens*), ni qu'ils le fussent en termes d'une théorie du premier ordre (pour la même raison : une telle définition implicite des relations fondamentales de l'arithmétique ne respecte pas le principe de la fixation préalable des conditions d'identification des objets et des conditions de vérité des jugements à leur sujet, elle n'est pas logiquement correcte). Frege a donc maintenu le standard sémantico-conceptuel de la logique, dont il renversait pourtant le privilège en écrivant la *BegriffsSchrift* sur le mode formulaire, et il a transmis à la philosophie une définition d'elle-même comme analyse de la forme logique des phrases où il est constamment oublié que cette forme est partagée comme forme pratiquo-intuitive et pas comme forme conceptuelle ou forme sémantique. La philosophie se trouve ainsi constitutivement en retard sur la circonstance qui détermine la révolution qu'elle assume, et dans une méconnaissance épistémologique profonde de la situation rationnelle à laquelle elle s'intéresse de façon privilégiée.

Je n'ai pas d'idée précise sur la façon dont nous pourrions essayer de combler ce déficit, à faire intervenir réellement dans notre réflexion philosophique sur la figure de la pensée constructive, seulement des anticipations vagues. Je ne vois les choses à peu près clairement qu'au niveau de la philosophie de la logique et des mathématiques, et la tâche de développer une "philosophie constructive" ou "formalo-constructive" d'empan comparable à celui de la philosophie analytique m'apparaît dans l'immédiat comme insurmontable. Je doute même que ce soit la bonne réponse, que la considération de la strate constructive puisse à elle toute seule motiver un nouveau style de la philosophie, j'incline plutôt à penser qu'il faut adjoindre à cette considération d'autres, qui tirent le bilan des impasses et des succès partiels de la philosophie continentale. Ce dont je me sens sûr est seulement qu'il y a là un enjeu de poids.

Je voudrais terminer cette intervention en évoquant un exemple, qui correspond à une lecture récente, et qui peut aider à prendre la mesure de ce qui s'est passé, de ce qui nous est arrivé, il y un siècle sans doute même si nous le comprenons seulement aujourd'hui. Je commenterai à cette fin un article de S. Shapiro " Incompleteness and Inconsistency "[5], où celui-ci rend compte d'un ouvrage récent de G. Priest[6], dans lequel ce dernier se fait l'avocat de la logique dialéthique, où, pour faire bref, le principe de contradiction n'est pas valable. La logique dialéthique fait partie de ces logiques dites para-consistantes, dans lesquelles on peut dériver des formules du type $P \wedge (\neg P)$: il est clair que pour éviter que de telles logiques tombent dans l'abîme de l'indistinction, il faut inhiber la règle d'inférence à partir de l'absurde, que Stewart Shapiro écrit sous la forme du séquent $P, \neg P \vdash Q$. Le propos de S. Shapiro est de discuter, et à vrai dire de réfuter la logique dialéthique. Pour le faire, il étudie en fait ce que "donne" cette logique dans la situation gödélienne : en substance, il envisage la théorie qu'il appelle PA*, qui résulte d'une part de l'adjonction à la théorie usuelle PA de l'arithmétique formelle du prédicat sémantique T de vérité, d'autre part de la réécriture de la même PA dans un cadre dialéthéiste (au lieu du cadre de la logique du premier ordre classique). L'idée est que la machine gödélienne ne tourne plus de la même façon, la conclusion usuelle selon laquelle l'énoncé de Gödel est indécidable dépendant de la consistance de la théorie considérée, qui n'est ici plus satisfaite (bien que tous les théo-

[5] *Mind*, Vol. 111. 444 . Octobre 2002, 817-832.

[6] *Contradiction*, Dordrecht : Martinus Nijhoff Publishers, 1987, Chapitre 3

rèmes de PA restent dérivables dans PA*). S. Shapiro entend poursuivre la discussion avec cette stratégie logico-philosophique en se concentrant sur le fait que l'énoncé de Gödel $G*$ de PA* apparaît en fait comme *prouvable* dans PA*, en sorte que, de fil en aiguille, si g est le code d'une preuve de $G*$, q le code de $G*$ elle-même et PRFPA $*\ (x, y)$ le prédicat à deux places de prouvabilité codé dans PA*, on déduit dans PA* à la fois PRFPA $*\ (g, q)$ et $\neg$PRFPA $*\ (g, q)$, donc d'ailleurs leur conjonction (ce qui ne saurait perturber dans une logique para-consistante). L'idée de Shapiro est qu'une telle instance de la forme de contradiction est en vérité insupportable, au-delà de la transgression formelle du principe qu'elle constitue.

Je n'ai pas l'intention de restituer le détail de son raisonnement, passablement subtil, et qui passe par l'examen de ce qu'il appelle "plan A", "plan B" et "plan C" pour nommer des options rationnelles disponibles pour le logicien dialéthéiste, avec lequel il débat. Je voudrais me projeter immédiatement vers la conclusion à laquelle il arrive, où il fait face à ce qu'il juge être la meilleure de ces options. Elle consiste à renoncer à l'idée qu'il y a une alternative exclusive, pour une chaîne de caractères, entre être et ne pas être une dérivation légitime dans PA*. Je cite Shapiro :

> " So our theorist holds both that PA* is sound and PA*-derivation is inconsistent ; there are strings of characters which both are and are not legitimate PA*-derivations. For what it is worth, I suggest that this most thorough dialetheism' is the option most compatible with the dialetheist standpoint "[7].

Mais ce qui est intéressant est l'explication par laquelle Shapiro s'attache à nous convaincre qu'il est insupportable d'accepter à la fois que g est le code d'une dérivation de G* et qu'il ne l'est pas. Je le cite à nouveau à ce sujet :

> " I must admit that I cannot make anything of this supposedly possibility. But rather than rely on my lack of imagination, let us elaborate what is being claimed by the most thorough dialetheist. The predicates PRFPA $*\ (g, q)$ et $\neg$PRFPA $*\ (g, q)$ have essentially the same informal verification procedure. We first unpack g, to see what sequence it codes (if any). We write out this sequence (if there is one). Then we check to see if each line is either an axiom of PA* or follows from previous lines via one of the rules. If that is completed successfully, we then check to see if the last line is G*. If all goes well, we will have conclusive reason to hold that g is indeed the code of a PA*-derivation of G*. If there is a step where something does not go well, we will have conclusive reason to conclude to hold that g is not the code of a PA*-derivation of G*. All goes well everywhere, and something goes wrong somewhere. But which step in the verification can yield contradictory results? Is it that the last line in the derivation is G* and the last line of the derivation is not G*, or is it that line 72 is an axiom and line 72 is not an axiom, or is it that line 62 does and does not follow from lines 44 and 51 by *modus ponens* ? "[8].

[7] *Loc. cit.*, 827.
[8] *Loc. cit.*, 828-829.

Le passage est savoureux, il était agréable de le citer. Mais on aura compris où je veux en venir. Shapiro expose en détail ce qu'il y a d'impossible à penser que la vérification d'un fait constructif, en suivant une procédure constructive, est à la fois un succès et un échec. A aucun moment ce que l'on fait n'est confier une entrée à une boîte noire dont on reçoit une sortie, ce qui permettrait de concevoir que selon les cas, les moments et les circonstances, la sortie varie. La sortie est constamment ce qui sort d'un procès qui est mon agir, et mon agir suivant des règles qui assurent de la visibilité universelle de l'agi comme construit. Dans de telles conditions, la place pour une variation de l'issue n'est pas laissée, elle ne pourrait pas être attribuée de manière vague à l'opération dans sa globalité, mais tomberait nécessairement sur une de ses phases, en l'articulation desquelles elle se décompose de façon totalement manifeste et transparente, et, comme y insiste Shapiro, lorsque le projecteur est ainsi mis sur le fait et l'enjeu locaux de l'opération, la bivalence est insensée.

Ce mouvement argumentatif, mais mieux encore philosophique de Shapiro me semble tout à fait significatif pour nous aujourd'hui. Je demande qu'on le rapproche d'un très vieux texte : du *Met.*, Γ, livre 4 d'Aristote, où le Stagirite défend le principe de contradiction. Il reconnaît pour commencer qu'une justification démonstrative du principe est absurde, puisque ce principe est le fondement de l'activité démonstrative elle-même. Mais il s'attelle tout de même à la tâche d'en donner des justifications, qui seront en fait des rétorsions : il montre que la négation du principe de contradiction ne peut être assumée dans un discours par un adversaire dans le dialogue qu'au prix de la destruction de l'espace du dialogue et de la vie rationnelle.

Shapiro ne fait pas autrement. Il donne la parole à un moderne adversaire du principe de contradiction, et il entend montrer que cet adversaire n'est pas le paisible universitaire partageant notre culture, notre rigueur et notre science qu'il paraît : ce qu'il soutient précipite en fait la ruine de notre vie rationnelle. Mais pour nous en convaincre, Shapiro va chercher la conséquence au plan de ce qui est aujourd'hui le noyau de ce partage rationnel fondamental, et qui est l'ensemble solidaire formé par l'intuition et la pratique constructives. Dans son petit récit, l'entrelacement entre notre faire et notre apercevoir constructifs est constamment présent, constamment invoqué, comme ne laissant pas de place à une tierce valeur (ni succès ni échec, ni présence ni absence). Shapiro témoigne donc de cette Kehre sur laquelle j'insiste, et qui a placé la logique elle-même, comme cœur de la rationalité, sous une sorte de condition pratico-intuitive.

La logique, comme il est normal parce qu'elle se trouve aux avant-postes, n'a cessé de témoigner de la profondeur et de l'importance de cet ébranlement, par un ensemble de démarches explicites et visibles. Bien que ce soit, comme le dit mon livre *Le constructivisme standard*[9], d'une manière pour une part clandestine , je pense que la mathématique répercute aussi la Kehre brouwerienne, dans le fait de son évolution et de l'unité qu'on peut lui trouver. Je me contente, pour conclure, de reformuler mon espérance : que la philosophie rattrape sa propre histoire, et se cherche, sur les questions fondamentales de la philosophie de la connaissance au moins, des points de vue et des conceptions qui prennent en considération la Kehre brouwerienne.

---

[9] Cf. *op.cit.*, 235-251.